14. decembar 2019.

MATEMATIKA 1

- Prvi kolokvijum -

1. Data je funkcija $f : D_f \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{1}{1-\log_2(x-1)}$.
   a) [1p] Odrediti oblast definisanosti D_f date funkcije.
   a) [1p] Ispitati monotonost funkcije f, uz korišćenje osobina monotonosti elementarnih funkcija.
   b) [3p] Ispitati injektivnost i surjektivnost funkcije f.
2. Dokazati da je struktura $(G, \oplus)$ grupa, gde je skup $G = \{(a,b) : a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0\}$ i gde je operacija $\oplus$ definisana na sledeći način:
$$(a,b) \oplus (c,d) = (ac, ad+b).$$
   Da li je ova grupa Abelova?
3. a) [3p] Primenom metoda matematičke indukcije dokazati da za svaki prirodan broj n važi da
$$\frac{1\cdot 2!}{2} + \frac{2\cdot 3!}{2^2} + \ldots + \frac{n\cdot(n+1)!}{2^n} = \frac{(n+2)!}{2^n} - 2.$$
   b) [2p] Odrediti koeficijent uz x^7 u razvoju binoma $\left(\sqrt[3]{x^4} + \sqrt{x}\right)^9$.
4. U skupu kompleksnih brojeva odrediti sva rešenja jednačine
$$z\mathrm{Re}\left(\frac{z-i}{1+i}\right) + \overline{z}\mathrm{Im}\left(\frac{\overline{z}-i}{1+i}\right) = 1+2i,$$
   a zatim za rešenje sa negativnim realnim i imaginarnim delom odrediti sve treće korene.

---

14. decembar 2019.

MATEMATIKA 1

- Prvi kolokvijum -

1. Data je funkcija $f : D_f \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{1}{1-\log_2(x-1)}$.
   a) [1p] Odrediti oblast definisanosti D_f date funkcije.
   a) [1p] Ispitati monotonost funkcije f, uz korišćenje osobina monotonosti elementarnih funkcija.
   b) [3p] Ispitati injektivnost i surjektivnost funkcije f.
2. Dokazati da je struktura $(G, \oplus)$ grupa, gde je skup $G = \{(a,b) : a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0\}$ i gde je operacija $\oplus$ definisana na sledeći način:
$$(a,b) \oplus (c,d) = (ac, ad+b).$$
   Da li je ova grupa Abelova?
3. a) [3p] Primenom metoda matematičke indukcije dokazati da za svaki prirodan broj n važi da
$$\frac{1\cdot 2!}{2} + \frac{2\cdot 3!}{2^2} + \ldots + \frac{n\cdot(n+1)!}{2^n} = \frac{(n+2)!}{2^n} - 2.$$
   b) [2p] Odrediti koeficijent uz x^7 u razvoju binoma $\left(\sqrt[3]{x^4} + \sqrt{x}\right)^9$.
4. U skupu kompleksnih brojeva odrediti sva rešenja jednačine
$$z\mathrm{Re}\left(\frac{z-i}{1+i}\right) + \overline{z}\mathrm{Im}\left(\frac{\overline{z}-i}{1+i}\right) = 1+2i,$$
   a zatim za rešenje sa negativnim realnim i imaginarnim delom odrediti sve treće korene.